

# Zusatzprüfung

## Mathematik 3

Prüfer: Martin Jandačka

Datum: .....

Name .....

# Aufgabe 1

## Zahlenmengen [1 Punkt]

Welche der folgenden Zahlen sind rational?

$3^{-1}$	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{2}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{e}{2}$	<input type="checkbox"/>
$0.\overline{7173}$	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 2

### Quadratische Gleichung [1 Punkt]

Gegeben ist eine quadratische Gleichung:

$$px^2 + 2x + 1 = 0$$

Für welche reelle Zahlen  $p$  ergibt die quadratische Gleichung genau eine reelle Lösung?

## Aufgabe 3

### Gleichungssystem [1 Punkt]

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen  $x, y \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 1 \\8x + by &= c\end{aligned}$$

Ermitteln Sie diejenigen Werte für  $b$  und  $c$ , für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

## Aufgabe 4

### Gleichungssystem [2 Punkte]

Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems an:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 3 \\x + 2y + 2z &= 5 \\2x + 3y + 4z &= 10\end{aligned}$$

## Aufgabe 5

### Normalvektoren [1 Punkt]

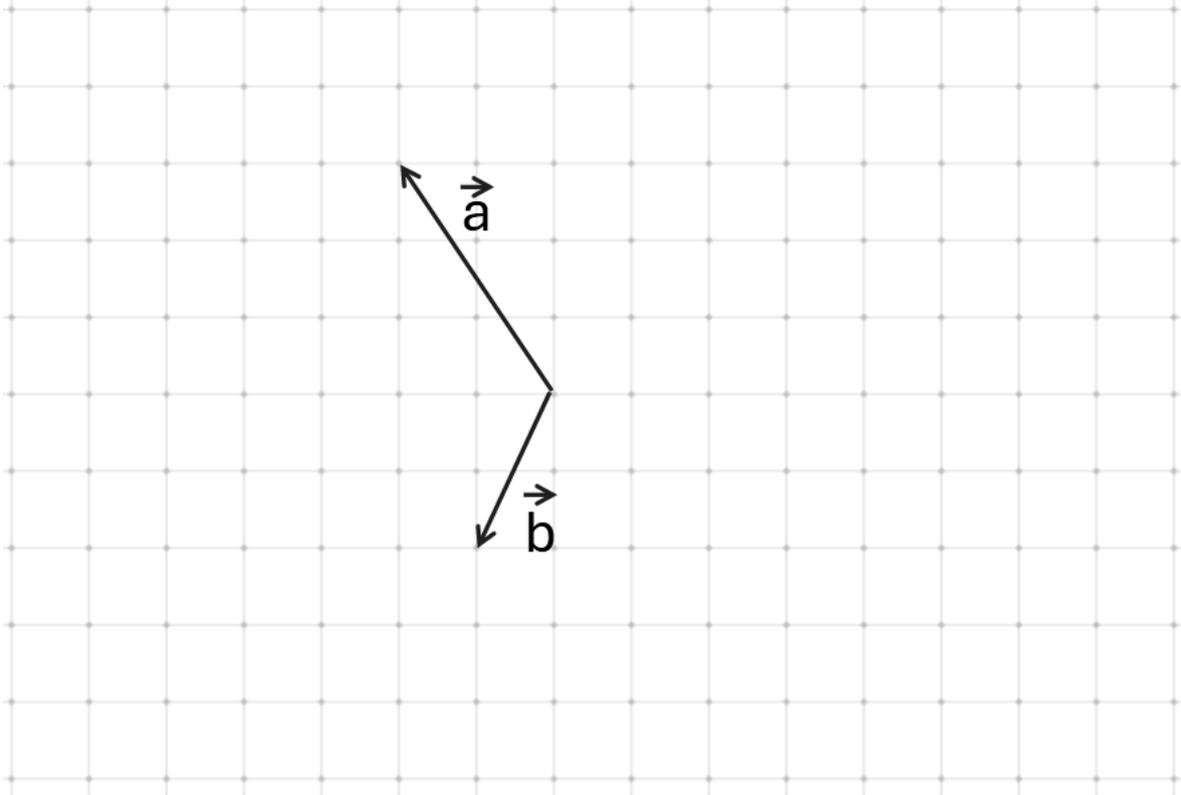
Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} p \\ 2 \\ p \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie den Wert von  $p$  so, dass  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aufeinander normal stehen!

## Aufgabe 6

### Vektoren [2 Punkte]

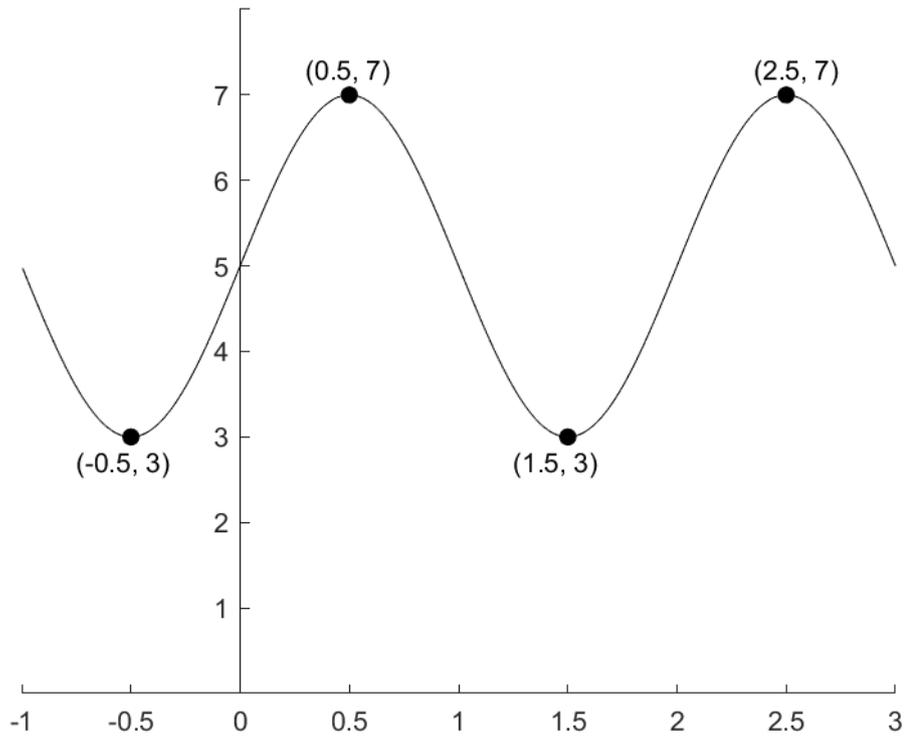
Die unten stehende Abbildung zeigt zwei Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .  
Zeichnen Sie in die Abbildung Vektoren  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $-\vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$  und  $\vec{b} - \vec{a}$ .



## Aufgabe 7

### Funktionen [1 Punkt]

Die unten stehende Abbildung zeigt die Funktion  $f(x) = a \sin(bx) + c$ . Bestimmen Sie die Werte der Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c$ .



## Aufgabe 8

### Funktionen [1 Punkt]

Der Graph der Funktion  $f$  ist eine Gerade, die durch die Punkte  $P = (-2, 3)$  und  $Q = (3, 1)$  verläuft. Geben Sie eine Funktionsgleichung der Funktion  $f$  an!

$$f(x) =$$

## Aufgabe 9

### Umkehrfunktion [1 Punkt]

Gegeben ist eine Funktion:

$$f(x) = (x + 6)^3 - 2$$

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion.

## Aufgabe 10

### Trigonometrischen Funktionen [1 Punkt]

Gegeben ist  $\sin(\phi) = \sqrt{\frac{15}{16}}$ .

Bestimmen Sie genaue Werte von  $\cos(\phi)$  und  $\tan(\phi)$ .

# Aufgabe 11

## Ableitungen [3 Punkte]

1) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion von

$$f(x) = x^{0.5} + x^3 + \cos(x)$$

2) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion von

$$f(x) = \cos(e^x)$$

3) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion von

$$f(x) = \ln(x) \cos(x)$$

## Aufgabe 12

### Extremwerte [2 Punkt]

1) Bestimmen Sie relative Extremwerte von

$$f(x) = xe^{-x}$$

2) Zeigen Sie, ob es sich um einen Hochpunkt oder Tiefpunkt handelt.

## Aufgabe 13

### Stammfunktionen [1 Punkt]

Berechnen Sie die Stammfunktionen zu

$$f(x) = 17x^5 + 13x + 2$$

## Aufgabe 14

### Substitutionsmethode [1 Punkt]

Berechnen Sie das unbestimmte Integral unter Verwendung einer geeigneten Substitution

$$\int \sin^2(x) \cos(x) dx =$$

## Aufgabe 15

### Partielle Integration [1 Punkt]

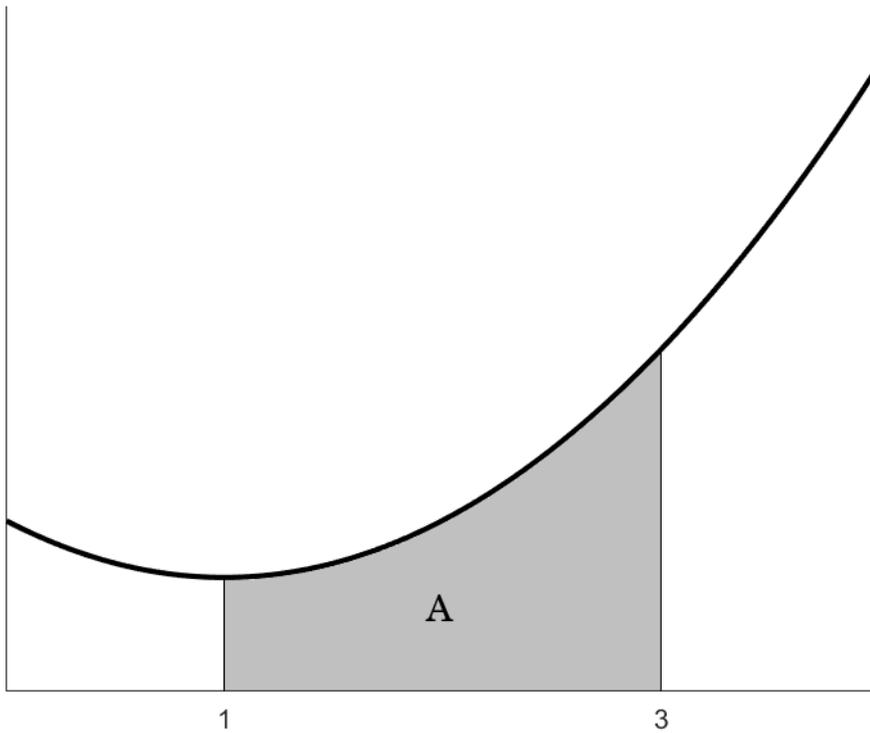
Berechnen Sie das unbestimmte Integral durch Partielle Integration

$$\int x e^x dx =$$

## Aufgabe 16

### Flächeninhalt [2 Punkte]

Bestimmen Sie den Flächeninhalt  $A$ , der von der Parabel  $y = x^2 - 2x + 3$ , der  $x$ -Achse und den Parallelen  $x=1$  und  $x=3$  begrenzt wird.



## Aufgabe 17

### Polynomdivision [3 Punkte]

Gegeben ist ein Polynom:

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

1. Zeigen sie, dass  $x_0 = 1$  ist eine Nullstelle des gegebenen Polynoms.

2. Berechnen Sie die Polynomdivision:

$$(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) : (x - 1) =$$

3. Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

## Aufgabe 18

### Gleichungen [3 Punkte]

1. Lösen Sie folgende Gleichung in  $\mathbb{R}$ :

$$\sqrt{x\sqrt{x}} = 2^3$$

2. Lösen Sie folgende Gleichung in  $\mathbb{R}$ :

$$\ln(x^2) - \ln(x) - 1 = 0$$

3. Lösen Sie folgende Gleichung in  $\mathbb{R}$ :

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

## Aufgabe 19

### Ungleichungen [2 Punkte]

1. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichung in  $\mathbb{R}$ :

$$\frac{7 - 2x}{x + 4} \leq 7$$

2. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichung in  $\mathbb{R}$ :

$$\frac{(x - 1)(3 - x)}{x + 2} \leq 0$$

## Aufgabe 20

### Funktionen [2 Punkte]

Bestimmen Sie die Gleichung jenes Polynoms 2. Grades  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , dessen Graph durch die Punkte  $(0, 1)$  und  $(1, -1)$  geht und an der Stelle  $x = 1$  einen Extremwert hat.